Centre de Recherche pour l'Etude et l'Observation des Conditions de Vie

Crédoc

Collection des rapports

Avril 1988

N° 36

DYNAMIQUE DES MODES DE CONSOMMATION :

CONSEQUENCES ET LIMITES DE L'HYPOTHESE DE SUBSTITUTION INTERTEMPORELLE

Louis LEVY-GARBOUA

CENTRE DE RECHERCHE POUR L'ETUDE ET L'OBSERVATION DES CONDITIONS DE VIE

Laboratoire de Microéconomie Appliquée
142, rue du Chevaleret

75013 - PARIS

Tél. 45 84 14 20

DYNAMIQUE DES MODES DE CONSOMMATION : CONSEQUENCES ET LIMITES DE L'HYPOTHESE DE SUBSTITUTION INTERTEMPORELLE

Louis LEVY-GARBOUA

Rapport établi à la demande du
Commissariat Général du Plan

Secrétariat : Françoise DURAND

Avril 1988

On se propose d'étudier les propriétés dynamiques de la consommation d'un ménage représentatif qui résultent de sa capacité à anticiper les variations de son revenu disponible et des prix relatifs. On suppose simplement qu'un marché financier autorise l'avance et le report des consommation par transfert de revenu d'une période à l'autre. De tels arbitrages intertemporels permettent au ménage de tirer le milleurs parti de ses possibilités de consommation dans son horizon de planification.

Quelles sont les conséquences théoriques de cette hypothèse de substitution intertemporelle ? Jusqu'où peut-on aller avec elle pour expliquer la dynamique des modes de consommation ?

Lorsqu'on peut faire l'hypothèse de séparabilité intertemporelle des préférences, la dynamique se concentre entièrement dans la consommation totale, qui se trouve être alors une fonction complexe de toutes les prévisions de la richesse et des prix sur l'horizon de planification. Les consommations suivent en revanche une loi très simple, puisqu'elles sont uniquement conditionnées par la dépense totale et par les prix de la période en question. Enfin, les conditions d'additivité, d'homogénéité, de symétrie et de négativité que la rationalité des choix impose aux fonctions de demande "statiques" individuelles sont validées.

Cependant, l'hypothèse de faible séparabilité intertemporelle des préférences est inapte à décrire convenablement la consommation d'un ménage représentatif quand la structure démographique, les préférences et les produits mis en vente changent en permanence. On va donc relâcher cette hypothèse, qui a été développée dans un rapport antérieur, (Gardes, Lévy-Garboua et Robin, 1986).

Le prix de cette généralisation nécessaire est malheureusement élevé pour deux raisons :

- les anticipations de revenus et de prix doivent maintenant recevoir une formulation explicite, bien qu'il n'y ait pas à cet égard de théorie communément admise ;
- les conditions néo-classiques usuelles ne sont plus respectées en général, même au niveau individuel (Polemarchakis, 1983), à l'exception des contraintes d'agrégation (additivité) d'Engel et Cournot (cf. l'annexe). Allard, Bronsard et Richelle (1987) ont montré néanmoins que quelques hypothèses plausibles sur les anticipations, définissant ce qu'ils appellent des "anticipations Roy-compatibles", suffisent à restaurer la propriété de symétrie au niveau individuel, et que des hypothèses un peu plus fortes (par exemple, des anticipations rationnelles ou statiques) permettent d'établir la propriété de négativité, du moins au niveau agrégé. Mais les développements reportés en annexe montrent que, même avec des anticipations de prix homothétiques, la condition d'homogénéité est plus difficile à sauvegarder au niveau individuel.

Mais nous n'avons pas vraiment le choix de refuser cette voie de dynamisation de la théorie de la demande sous prétexte qu'elle est difficile, puisque l'estimation de nombreux systèmes complets de demande a conduit à une réfutation des conditions néo-classiques usuelles. Pour être plus précis, le tour d'horizon des études empiriques entrepris par Deaton et Muellbauer (1980, chap. 3) aboutit au rejet systématique de la condition d'homogénéité, mais à l'acceptation de la négativité et à celle de la symétrie, conditionnelle à l'homogénéité. Ces conclusions, obtenues sur données relativement agrégées, sont conformes aux prédictions théoriques résultant du choix de "bonnes" fonctions d'anticipation, comme les anticipations Roy-compatibles ou les représentants particuliers de cette classe que sont les anticipations exogènes ou les anticipations rationnelles. On se bornera donc, par la suite, à des anticipations de ce genre.

Sans faire pour l'instant d'hypothèse sur la fonction d'utilité intertemporelle ni sur l'anticipation des revenus et des prix, on aboutit au système d'équation suivant :

$$q_{it} = G_{it}\,(y_t\ ,\ p_t,\ \rho^*_{t+1}\ p_t\ ,\ \ldots,\ \rho_L\ p_L)$$

$$y_t = y_t\ \left(\frac{W_t}{P_t}\ ,\ p_t,\ \rho^*_{t+1}\ p_t\ ,,\ldots,\ \rho^*_L\ p_L\right)$$

où P_t est un indice général des prix courants (ceux de la période t), $p_t = p'/P_t$ est le vecteur des prix déflatés par cet indice général des prix (qu'on appellera "prix relatifs"), et W_t/P_t est la richesse réelle du ménage, estimée en t.

Si l'on ajoute que les anticipations des taux d'intérêt réels sont entièrement basées sur le taux d'intérêt réel de la période, r_t, on aboutit aussi au <u>système réduit</u> suivant pour les équations de demande :

$$q_{it} = f_{it}\ (y_t,\ p_t,\ r_t)$$

Ce sont ces équations que l'on peut estimer. On va donc essayer de les préciser.

I -<u>SPECIFICATION ET TEST D'UNE FONCTION DE DEMANDE AIDS DYNAMIQUE</u>.

La fonction de demande AIDS statique applicable sous l'hypothèse de faible séparabilité intertemporelle des préférences, a la forme suivante :

$$(1)\quad w_{it} = \alpha_i + \beta_i \ \ln \frac{Y_t}{P} + \sum_j \gamma_{ij} \ln p'_{jt}$$

Elle exprime le coefficient budgétaire du produit n° i pendant la période t , comme une fonction linéaire à coefficients constants du logarithme népérien (noté ln) de la dépense totale déflatée par un indice général de prix Y_t/P , et des prix de tous les biens en t. On rappelle que :

$$w_{it} = \frac{p'_{it}\ q_{it}}{Y_t}$$

où q_{it} représente la quantité du bien i consommée en t ; et on désigne la dépense totale et les prix courants déflatés par l'indice général des prix par les lettres y_t et p_{jt} . Compte tenu de la forte colinéarité de l'ensemble des prix, l'indice de prix théorique P, qui en logarithmes a une forme quadratique, peut être approximé par un indice linéaire comme l'indice de Stone ($\ln P_t = \sum_j w_{jt} \ln p'_{jt}$) ou l'indice de Laspeyres ($P_t = \sum_j w_{jo}.p'_{jt}$). C'est cette version que l'on retient généralement parce qu'elle peut être estimée par les moindres carrés ordinaires (MCO)

Lorsque le consommateur anticipe ses revenus et les prix futurs jusqu'à l'horizon (compté à partir de la période courante, t), il détermine simultanément, au début d'une période t quelconque, les consommations de toutes les périodes pertinentes en tous les biens. La fonction de demande AIDS dynamique s'applique au système de coefficients budgétaires intertemporels :

$$w_{is}^{t*} = \frac{\tilde{p}_{is}^{t\prime}\, q_{is}^{t}}{W^{t}}$$

L'indice supérieur t désigne l'opérateur "espérance mathématique en t" (conditionnelle à l'information acquise par le consommateur au début de la période t). Il s'applique également aux prix, aux quantités consommées et à la richesse. Les prix considérés $\tilde{p}_{is}'$ sont les prix actualisés en t du produit i, prévus pour la période t+s.

Bien entendu, la somme des coefficients budgétaires intertemporels sur l'ensemble des produits et des périodes de l'horizon est égale à un.

La version dynamisée de la fonction AIDS (1) est, pour tout i et s :

$$(2) \quad w_{is}^{t*} = \alpha_{is}^{t} + \beta_{is}^{t} \ln \frac{W^{t}}{P^{t}} + \sum_{j} \sum_{s'=o}^{S} \gamma_{is,js'} \ln \tilde{p}_{js'}^{t\prime}$$

Toutes les grandeurs et les paramètres étant des estimations faites au moment du choix t et donc indicées supérieurement par t , on peut omettre cet indice par la suite.

Le respect de l'additivité impose :

$$\sum_{i} \sum_{s=o}^{S} \alpha_{is} = 1 \quad ; \quad \sum_{i} \sum_{s=o}^{S} \beta_{is} = 0 \quad ; \quad \sum_{i} \sum_{s=o}^{S} \gamma_{is,js'} = 0 \quad \forall j,s'$$

L'hypothèse de rationalité des choix conduit aussi au respect des conditions d'homogénéité et de symétrie sur la forme non réduite de la fonction de demande :

$$\sum_j \sum_{s'=o} \gamma_{is,js'} = 0 \qquad , \ \forall i,s \qquad \text{(homogénéité)}$$

$$\gamma_{is,js'} = \gamma_{js',is} \qquad \forall (i,s) \neq (j,s') \qquad \text{(symétrie)}$$

L'indice général des prix P est un indice intertemporel tenant compte de tous les prix présents et futurs actualisés, suivant la relation théorique :

$$\ln P = \alpha_o + \sum_i \sum_s \alpha_{is} \ln \tilde{p}_{is} + \frac{1}{2} \sum_{i,s} \sum_{j,s'} \gamma_{is,js'} \ln \tilde{p}'_{is} \ln \tilde{p}'_{js'}$$

Les plans étant révisés à chaque période, la demande courante est seule observable, soit :

$$(3) \quad \begin{aligned} w_{it} &= w^{*}_{io} \frac{W}{Y_t} \\ &= \frac{W}{Y_t} \left[\alpha_{io} + \beta_{io} \ln \frac{W}{P} + \sum_j \sum_{s'} \gamma_{io,js'} \ln \tilde{p}'_{js'}\right] \end{aligned}$$

C'est une expression relativement compliquée dans laquelle entrent plusieurs grandeurs inobservables : la richesse, les prix futurs actualisés et l'indice général des prix intertemporels. Toutes ces variables sont, en fait, liées au taux d'intérêt réel qu'on va donc tenter de faire apparaître. Pour simplifier cette expression, on va d'abord supposer que la dépense totale courante est reliée à la richesse par une fonction de consommation AIDS dynamique :

$$Y_t/W = \alpha + \beta \ln \frac{W}{P} + \sum_{s=o}^{S} \gamma_s \ln P^{*}_s$$

avec des coefficients α, β, (γ_s) constants. L'homogénéité implique $\sum_s \gamma_s = 0$.

Cette relation ne peut être qu'approximative puisqu'elle implique une hypothèse de faible séparabilité intertemporelle des préférences que nous avons, plus haut, jugée restrictive et inappropriée. Des trois termes qui composent le second membre, le premier est sans doute le plus important.

Il résume l'allocation intertemporelle "normale"des dépenses sur l'horizon du consommateur. Les deux termes suivants ont l'un et l'autre une somme nulle sur l'ensemble de l'horizon. Le second traduit l'effet produit par un accroissement de richesse sur l'allocation intertemporelle. Il est sans doute petit, et sera négligé pour la commodité du calcul. Le dernier terme indique la façon dont le consommateur avance ou retarde ses dépenses en fonction des variations de l'indice général des prix "courant " qu'il prévoit au cours du temps. Comme $P_s^* = \rho_s P_s = \rho_s^* P_t$, on obtient après simplification :

$$(4) \quad Y_t/W = \alpha + \left(\sum_{s=o}^{S} \gamma_s \right) \ln P_t + \sum_{s=o}^{S} \gamma_s \ln \rho_s^*$$

$$\simeq \alpha - \delta' r_t$$

où : $\delta' = \sum_{s=o}^{S} s . \gamma_s$

Le paramètre δ' décrit la substitution intertemporelle. Il a une valeur positive mais sans doute petite. Calculons maintenant ln W/P en fonction des observables :

$$\ln \frac{W}{P} = \ln \frac{W}{Y_t} + \ln \frac{Y_t}{P_t} + \ln \frac{P_t}{P}$$

$$\simeq - \ln (\alpha - \delta' r_t) + \ln y_t + \ln P_t - \sum_{s=o}^{S} w_s^* \ln P_s^*$$

en assimilant l'indice général intertemporel des prix à un indice de Stone intertemporel.

Reportons l'expression de P_s^* dans cette équation pour obtenir :

$$(5) \quad \ln \frac{W}{P} \simeq - \ln (\alpha - \delta' r_t) + (\sum_s w_s^* . s) . r_t + \ln y_t$$

$$\simeq - \ln \alpha + \left(\frac{\delta'}{\alpha} + \sum_s w_s^* . s \right) r_t + \ln y_t$$

Le terme entre parenthèses est vraisemblablement positif. En effet, si la consommation est également répartie entre toutes les périodes, il est exactement égal à : $(S+1) \quad (\frac{1}{2} + \delta')$. Or, δ' est sans doute petit, et positif si la substitution intertemporelle domine.

Enfin, calculons :

$$(6)\quad \sum_j \sum_s \gamma_{io,js} \ln \tilde{p}'_{js} = \sum_j \sum_s \gamma_{io,js} \ln (P_t\, \rho^*_s\, p_{js})$$

$$\simeq - \delta'_i \,.\, r_t + \sum_j \sum_s \gamma_{io,js} \ln p_{js} \quad ,$$

avec : $\delta'_i = \sum_j \sum_s (\gamma_{io,js} \,.\, s)$,

et en tenant compte de la condition d'homogénéité.

Reportons (4), (5), (6) dans l'équation (3) pour obtenir une <u>approximation de la fonction AIDS dynamique</u> :

$$w_{it} \simeq \frac{1}{\alpha - r_t} \left\{ \alpha'_i + \beta_{io} \ln y_t + \sum_j \sum_s \gamma_{io,js} \ln p_{js} + \delta''_i\, r_t \right\}$$

avec : $\alpha'_i = \alpha_{io} - \beta_{io} \ln \alpha$; $\delta''_i = \beta_{io} \left(\frac{\delta'}{\alpha} + \sum_s w^*_s \,.\, s\right) - \delta'_i$

On retombe sur la fonction AIDS-statique si et seulement si le taux d'intérêt réel est constant. Mais le fait d'estimer une forme statique alors que le taux d'intérêt réel varie conduit à des estimateurs non convergents et à une autocorrélation des résidus. <u>L'effet du taux d'intérêt réel est fortement non linéaire si $\delta \neq 0$</u> (c'est une fonction homographique), ce qui peut expliquer pourquoi l'inclusion de cette variable sous une forme linéaire dans les régressions a dans la plupart des cas des résultats décevants. Cependant, si $\delta = \delta'/\alpha$ est connu, la variable $(1-\delta r_t).w_{it}$ dérive simplement d'une fonction AIDS statique et se trouve être une fonction linéaire du taux d'intérêt réel :

$$(7)\quad (1-\delta r_t)\, w_{it} = \alpha_i + \beta_i \ln y_t + \sum_j \sum_s \gamma_{ijs} \ln p_{js} + \delta_i\, r_t$$

avec : $\alpha_i = \dfrac{\alpha'_i}{\alpha}$; $\beta_i = \dfrac{\beta_{io}}{\alpha}$; $\gamma_{ijs} = \dfrac{\gamma_{io,js}}{\alpha}$; $\delta_i = \dfrac{\delta''_i}{\alpha}$

et : $\sum_i \alpha_i = 1$; $\sum_i \beta_i = \sum_i \sum_j \sum_s \gamma_{ijs} = 0$; $\sum_i \delta_i = -\delta$

En pratique, δ étant assez petit, il s'agit de savoir si l'erreur commise en estimant des fonctions AIDS statiques incorporant un terme supplémentaire de taux d'intérêt est négligeable. Un test de cette hypothèse consiste à estimer le modèle (7) pour un assez grand nombre de produits en supposant que $\delta = 0$. On calcule ensuite $\sum_i \delta_i$, et on teste la nullité de cette variable aléatoire supposée normale.

Pour construire ce test, on a retenu 20 produits importants dans une nomenclature très désagrégée. Les seuls substituts et compléments considérés ont été ceux dont les effets croisés se sont avérés robustes et qu'une simple analyse a priori suggère sans discussion. Le modèle AIDS statique a été estimé sous une forme réduite (avec les prix relatifs courants), avec et sans le le taux d'intérêt réel. Les résultats obtenus sont comparés au tableau 1. On n'a fait figurer que l'écart-type de l'erreur (SEE) et le coefficient de Durbin-Watson (DW). Le coefficient du taux d'intérêt réel est également indiqué avec son écart-type. Il n'est significatif au seuil de 5% que pour un seul bien, les conserves de légumes. Les deux statistiques mentionnées indiquent une amélioration de l'ajustement, parfois négligeable d'ailleurs, environ une fois sur deux. Enfin, la somme des 20 coefficients du taux d'intérêt réel s'élève à -0.087 avec un écart-type égal à 0.056. La valeur trouvée n'est donc pas significativement différente de zéro au seuil de 5%.

Finalement, l'approximation retenue du modèle AIDS dynamique a la forme suivante :

$$(8) \quad w_{it} = \alpha_i + \beta_i \ln y_t + \sum_j \sum_s \gamma_{ijs} \ln p_{js} + \delta_i r_t$$

$$\text{avec : } \sum_i \alpha_i = 1 \quad ; \quad \sum_i \beta_i = 0 \quad ; \quad \sum_j \sum_s \gamma_{ijs} = 0 \quad ; \quad \sum_i \delta_i = 0$$

TABLEAU 1

Modèle AIDS (en niveaux)

	Sans taux d'intérêt		Avec taux d'intérêt			Substituts(s) Compléments(c)
	SEE (10^{-4})	DW	Coef. (sd)	SEE (10^{-4})	DW	
PAIN	5.26	0.95	-0.008 (0.007)	5.22	1.10	
FRUITS NON TROP.	6.72	0.88	-0.013 (0.008)	6.52	0.93	
VIANDE	7.01	0.80	-0.002 (0.009)	7.17	0.81	
LAITS LIQUIDES	1.78	0.26	0.003 (0.002)	1.76	0.38	
BEURRE	3.66	0.65	0.004 (0.005)	3.68	0.62	
CONSERVES DE LEG.	3.64	0.48	-0.012 (0.005)	3.26	0.99	Plats cuis.(s)
VIN	6.56	0.90	-0.007 (0.009)	6.61	0.89	
ELECTRI-CITE	5.71	1.05	0.010 (0.007)	5.62	1.27	
CARBURANTS LUBRIFI.	7.82	1.39	0.006 (0.011)	7.97	1.29	Transp.urb.(s)
VETEMENTS FEMININS	6.46	0.61	-0.014 (0.009)	6.25	0.59	
REFRIGER., MACH.LAV..	3.92	0.96	-0.001 (0.005)	4.01	1.03	
VOITURES	19.80	1.62	-0.024 (0.040)	20.11	1.70	Carb.,lubr.(c)
RADIOS, TELEVI.	8.07	0.28	-0.021 (0.011)	7.57	0.65	
JEUX, JOUETS	2.21	0.71	-0.022 (0.003)	2.24	0.85	
PHARMAC. (humaine)	12.24	0.52	0.022 (0.015)	11.94	0.81	
TABAC	5.29	0.31	0.014 (0.007)	5.00	0.59	
LOCAT.DE LOGEMENT	10.46	1.14	-0.005 (0.015)	10.69	1.16	Transp.urb.(s)
TRANSP. FERROV.	2.31	0.64	0.002 (0.003)	2.34	0.87	
TRANSP. AERIENS	0.68	1.93	-0.001 (0.001)	0.67	1.85	Carb.,lubr.(s) Transp.fer.(s)
HOTELS, CAF.,REST.	12.31	0.56	-0.018 (0.017)	12.30	0.73	
			$\sum$ -0.087 (0.056)			

Les deux premières restrictions ainsi que la dernière sont des conséquences de la contrainte d'additivité, tandis que la troisième découle de la condition d'homogénéité (il s'ensuit que $\sum_i \sum_j \sum_s \gamma_{ijs} = 0$, et que l'additivité est automatiquement vérifiée). En revanche, il est impossible d'observer toutes les conditions de symétries ($\gamma_{io,js} = \gamma_{js,io}$). Les seules qui puissent l'être ont la forme : $\gamma_{ijo} = \gamma_{jio}$ (écriture abrégée de : $\gamma_{io,jo} = \gamma_{jo,io}$) $\forall i \neq j$.

Le modèle (8) diffère du modèle AIDS statique sur deux points :

(i) il contient éventuellement le taux d'intérêt réel ;

(ii) il contient tous les prix futurs anticipés, qui se relient, comme on va le voir dans la section II, au prix courant à travers la fonction d'anticipation.

Les résultats exposés au tableau 1 font apparaître une forte autocorrélation positive des résidus sur la forme réduite du modèle, ce qui laisse présager une mauvaise spécification.

La dynamique des arbitrages intertemporels ne suffit pas, semble-t-il, à expliquer la dynamique de la consommation des ménages.

II - LES ANTICIPATIONS DE PRIX.

Avant d'envisager d'autres voies de dynamisation du modèle, il reste à estimer les prix futurs anticipés en fonction des prix courants. Partons de la version (8) du modèle AIDS dynamique en décomptant les périodes à partir la période t, rebaptisée 0 pour simplifier la notation :

$$w_{io} = \alpha_i + \beta_i \ln y_o + \sum_j \gamma_{ijo} \ln p_{jo} + \sum_j \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs} \ln E_o (\rho_s^* p_{js})$$

Ces fonctions de demande respectent toutes les conditions néo-classiques (additivité, homogénéité, symétrie, négativité). Par exemple, la condition d'homogénéité impose aux coefficients du modèle AIDS de vérifier :

$$\sum_j \gamma_{ijo} + \sum_j \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs} \equiv 0$$

1 - Les anticipations de prix sont homothétiques :

Cette hypothèse s'écrit simplement :

$$E_o p_{js} = p_{jo} \qquad \forall j \in (1,\ldots,1)$$
$$\forall s \in (1,\ldots,S)$$

Le modèle à estimer se réduit alors à :

$$w_{io} = \left(\alpha_i + \sum_j \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs} \ln E_o \rho_s^* \right) + \beta_i \ln y_o + \sum_j \left(\gamma_{ijo} + \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs} \right) \ln p_{jo} + z_{io}$$

$$= \alpha_i' (r_o) + \beta_i \ln y_o + \sum_j \gamma_{ij}' \ln p_{jo} + z_{io} \quad ,$$

où $\alpha_i'(r_o) = \alpha_i + \sum_j \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs} \ln (E_o \rho_s^*)$; $\gamma_{ij}' = \gamma_{ijo} + \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs}$,

et où z_{io} est une perturbation aléatoire sans autocorrélation. Le coefficient de $\ln p_{jo}$ n'est pas égal à la vraie élasticité-prix (directe ou croisée) γ_{ijo}, mais à γ_{ij}'. Il peut avoir un signe différent de celui de γ_{ijo}.

Que se passe-t-il si l'on estime cette fonction de demande en différences premières ? On a, en supposant que l'optimisation intertemporelle s'effectue sur un horizon glissant de durée S déterminée :

$$\Delta w_{io} = \ln q_{io} - \ln q_{i,-1} = \beta_i \; \Delta \ln y_o + \sum_j \gamma_{ijo} \; \Delta \ln p_{jo}$$

$$+ \sum_j \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs} \left(\ln E_o \, p_{js} - \ln E_{-1} \, p_{j,s-1}\right) + \sum_j \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs} \left(\ln E_o \rho_s^{\star} - \ln E_{-1} \rho_s^{\star}\right)$$

$$= \beta_i \; \Delta \ln y_o + \sum_j \left(\gamma_{ijo} + \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs}\right) \Delta \ln p_{jo} + \delta_i \; \Delta r_o + \Delta z_{io}$$

2. Les anticipations de prix obéissent au phénomène d'innovation induite :

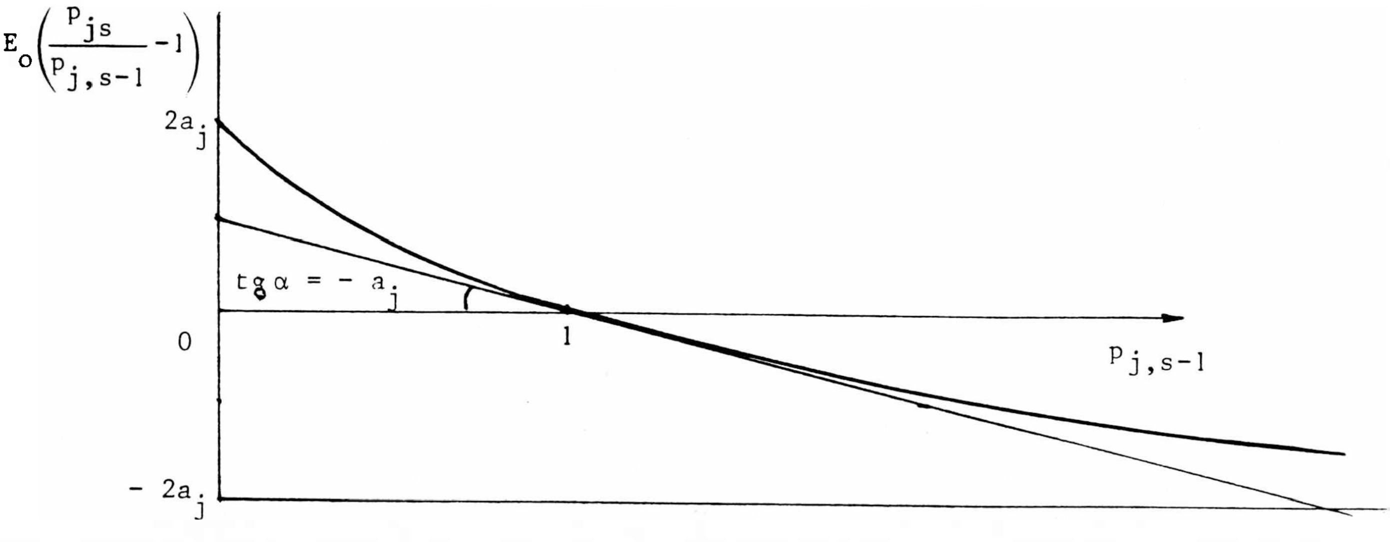
Si l'on retient l'hypothèse d'innovation induite pour les innovations de procédés réalisées par les industries de consommation, on peut dire que plus (moins) le prix relatif d'un produit est élevé (bas), plus (moins) grande est l'incitation à le faire baisser l'année suivante. Les consommateurs, s'ils tiennent compte de ce comportement des producteurs, anticiperont le taux de variation annuel d'un produit en fonction du prix relatif de l'année écoulée.

Ce que l'on va exprimer par la relation suivante :

$$E_o \left(\frac{p_{js}}{p_{j,s-1}} - 1 \right) = 2 \, a_j \; E_o \frac{1 - p_{j,s-1}}{1 + p_{j,s-1}} \qquad , \qquad \text{avec } a_j \geq 0 \quad \forall s \geq 1$$

Cette formule généralise la fonction d'anticipation homothétique, celle-ci correspondant au cas particulier où tous le a_j sont nuls.

Cette relation est illustrée par la figure ci-dessous :



$\pm\ 2a_j$ est l'amplitude maximum du taux de variation annuel du prix relatif de j . Chaque prix relatif varie autour de la valeur d'équilibre 1 (les unités de mesure des quantités peuvent toujours être choisies pour que le prix unitaire soit égal à 1). La pente de la tangente à cette courbe, pour $p_{j,s-1} = 1$, est égale à $-a_j$. Une approximation linéaire de la fonction d'anticipation précédente au voisinage de la valeur d'équilibre, 1, du prix relatif est donc :

$$E_o \left(\frac{p_{js}}{p_{j,s-1}} - 1 \right) \simeq a_j \ (1-p_{j,s-1})$$

La non-négativité des prix impose : $0 \leq a_j \leq 1$. A l'exception de quelques chocs de prix majeurs comme ceux qui sont survenus en 1973-74 pour les produits pétroliers, et de variation transitoires importantes dues à des surproductions ou à des pénuries passagères qui devraient être peu visibles en données annuelles, cette approximation linéaire semble suffisante. Il faut noter, toutefois, que l'une ou l'autre des relations postulées est une représentation simplifiée du phénomène d'innovation induite puisqu'on remplace en général dans les estimations économétriques le vrai prix relatif du produit j par la valeur du prix déflaté par un indice général des prix.

On peut écrire autrement, au voisinage du prix relatif d'équilibre, le développement limité de la fonction d'anticipation :

$$\ln \left(E_o \frac{p_{js}}{p_{js-1}} \right) \simeq -a_j \ \ln \ (E_o \ p_{j,s-1})$$

d'où l'on dérive :

$$\begin{aligned} \ln \ (E_o \ p_{js}) &\simeq (1-a_j) \ \ln \ (E_o \ p_{j,s-1}) \\ &= (1-a_j)^s \ \ln \ p_{jo} \end{aligned}$$

Reportons ces expressions de ln $(E_o\, p_{js})$ dans la fonction de demande AIDS dynamique :

$$w_{io} = \alpha_i + \beta_i \ln y_o + \sum_j \gamma_{ijo} \ln p_{jo} + \sum_j \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs} \left[\ln (E_o p_s^{\star}) + (1-a_j)^s \ln p_{jo}\right]$$

$$= \alpha_i + \delta_i r_o + \beta_i \ln y_o + \sum_j \left[\gamma_{ijo} + \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs} (1-a_j)^s\right] \ln p_{jo}$$

Comme $0 \leq a_j \leq 1$, $(1-a_j)^s$ diminue lorsque s croît. L'effet des prix anticipés se fait d'autant moins sentir que l'innovation induite a de l'importance, c'est-à-dire que a_j est élevé. Si l'effort d'innovation induite parvient à annuler entièrement, dès l'année suivante, tout handicap de prix relatif apparu pour un produit, $1-a_j = 0$, de telle sorte que l'élasticité-prix directe γ_{ijo} est correctement estimée. Ainsi, quand l'innovation-remède (ou compensatrice) est parfaitement élastique au prix relatif, les prix futurs anticipés n'ont aucune influence directe sur la consommation parce que tout accroissement potentiel d'un prix relatif est aussitôt (en fait, dès l'année suivante) annulé par des efforts induits d'innovation dans les procédés. On se trouve alors en quelque sorte face à un marché efficient sur lequel les prix (relatifs) instantanés reflètent toute l'information disponible (en t) sur l'ensemble des prix présents et futurs.

Quand le marché n'est pas efficient, $0 \leq (1-a_j) < 1$, et :

$$w_{io} \simeq \alpha_i + \delta_i r_o + \beta_i \ln y_o + \sum_j \gamma'_{ij} \ln p_{jo} - \sum_j \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs} \left[1- (1-a_j)^s\right] \ln p_{jo}$$

Le coefficient de ln p_{jo} dans la régression a pour valeur :

$$\{\gamma_{ijo} + \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs}\} - \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs}\left[1- (1-a_j)^s\right]$$

Il est : $< \gamma'_{ij}$ si les consommations du produit i sont intertemporellement substituables ;

$> \gamma'_{ij}$ si les consommations du produit i sont intertemporellement complémentaires.

En revanche, ce même coefficient de régression est :

> γ_{ijo} si les consommations du produit i sont intertemporellement substituables.

< γ_{ijo} si les consommations du produit i sont intertemporellement complémentaires.

En résumé,

$$\gamma_{ijo} \leq \text{coefficient de } \ln p_{jo} \leq \gamma'_{ij} = \gamma_{ijo} + \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs}$$

si les consommations du produit i sont intertemporellement substituables ;

$$\gamma'_{ij} = \gamma_{ijo} + \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs} \leq \text{coefficient de } \ln p_{jo} \leq \gamma_{ijo}$$

si les consommations du produit i sont intertemporellement complémentaires.

Lorsque, $\forall\, j \in (1,\ldots,1)$, $a_j = 0$, c'est-à-dire lorsqu'il n'y a jamais d'innovation de prix induite,

$$\text{coefficient de } \ln p_{jo} = \gamma'_{ij} = \gamma_{ijo} + \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs}$$

Lorsque $a_j = 1$, c'est-à-dire lorsque l'innovation induite est parfaitement élastique au prix relatif (le marché est alors efficient),

$$\text{coefficient de } \ln p_{jo} = \gamma_{ijo}$$

Notons par ailleurs que, même si l'élasticité-prix directe (γ_{ijo}) n'est pas correctement estimée, il n'y a pas d'autocorrélation des résidus.

Notons enfin que :
$$\sum_j \left[\gamma_{ijo} + \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs} \quad (1-a_j)^s\right]$$
$$= \sum_j \gamma'_{ij} - \sum_j \sum_{s=1}^{S} \left[1-(1-a_j)^s\right] \gamma_{ijs} = - \sum_j \sum_{s=1}^{S} \left[1-(1-a_j)^s\right] \gamma_{ijs}$$

La somme des coefficients des $\ln p_{jo}$ est < 0 si le produit est intertemporellement substituable, et > 0 s'il est intertemporellement complémentaire.

Les fonctions de demande réduites ne sont homogènes que si le produit affiche une indépendance intertemporelle.

Pour finir, écrivons l'équation de demande en <u>différences premières</u>

$$\Delta w_{io} = \delta_i \Delta_{ro} + \beta_i \Delta \ln y_o + \sum_j (\gamma_{ijo} + \sum_{s=1}^{S} (1-a_j)^s \gamma_{ijs}) \Delta \ln_{pjo}$$

Lorsque $a_j = 0 \ \forall j \in (1,\ldots, 1)$, on retrouve comme il se doit l'expression obtenue sous l'hypothèse d'anticipations homothétiques. On tombe aussi sur la même équation lorsque $a_j = 1 \ \forall j \in (1,\ldots,1)$, c'est-à-dire lorsque tous les marchés sont efficients.

<u>Les anticipations de prix sont exogènes et avec un taux de variation uniforme</u>.

Cette hypothèse se formule simplement :

$$E_o \left(\frac{p_{js}}{p_{j,s-1}} - 1 \right) = b_j$$

Lorsque tous les b_j sont nuls, on retombe sur une anticipation homothétique.

Pour des variations annuelles de prix suffisamment petites, on peut écrire aussi :

$$\ln \left(E_o \frac{p_{js}}{p_{j,s-1}} \right) \simeq b_j \qquad ,$$

d'où l'on dérive :

$$\ln (E_o \, p_{js}) \quad b_j + \ln (E_o \, p_{j,s-1})$$

$$= \quad b_j s + \ln p_{jo}$$

Reportons ces expressions dans la fonction de demande AIDS dynamique :

$$w_{io} = \alpha_i + \beta_i \ln y_o + \sum_j \gamma_{ijo} \ln p_{jo} + \sum_j \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs} \left[\ln (E_o \rho_s^*) + b_j . s + \ln p_{jo} \right]$$

$$= \alpha_i'' + \delta_i \, r_o + \beta_i \ln y_o + \sum_j \left[\gamma_{ijo} + \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs} \right] \ln p_{jo}$$

$$= \alpha_i'' + \delta_i \, r_o + \sum_j \gamma_{ij}' \ln p_{jo}$$

Au terme constant près, on retrouve exactement l'expression obtenue pour des anticipations homothétiques. Les équations en différences premières sont identiques.

Les anticipations de prix ont une composante exogène (avec un taux de variation uniforme) et une composante dynamique (et obéissant au phénomène d'innovation induite) :

Les anticipations mixtes se formulent aisément en combinant les deux hypothèses précédentes :

$$E_o\left(\frac{p_{js}}{p_{j,s-1}} - 1\right) = b_j + 2a_j \frac{1-p_{j,s-1}}{1+p_{j,s-1}} \quad , \quad \text{avec } 0 \leq a_j \leq 1 \quad \forall\, s \geq 1$$

Les prix anticipés obéissent au phénomène d'innovation induite autour d'une tendance uniforme de hausse ou de baisse.

Prenons l'approximation linéaire de cette équation au voisinage de sa tendance :

$$E_o\left(\frac{p_{js}}{p_{j,s-1}} - 1\right) \simeq b_j + a_j\,(1-p_{j,s-1})$$

ou

$$\ln\left(E_o\,\frac{p_{js}}{p_{j,s-1}}\right) \simeq b_j - a_j \ln\,(E_o\,p_{j,s-1})$$

d'où l'on dérive :

$$\ln\,(E_o\,p_{js}) \simeq b_j + (1-a_j)\ln\,(E_o\,p_{j,s-1})$$

$$= b_j\left[1+(1-a_j)+\ldots+(1-a_j)^{s-1}\right] + (1-a_j)^s \ln p_{jo}$$

Reportons ces expressions de ln ($E_o\ p_{js}$) dans la fonction de demande AIDS dynamique :

$$w_{io} = \alpha_i + \beta_i \ln y_o + \sum_j \gamma_{ijo} \ln p_{jo} + \sum_j \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs} \Big[\ln (E_o \rho_s^*) + b_j \{1+(1-a_j) +\ldots+ (1-a_j)^{s-1}\} + (1-a_j)^s \Big] \ln p_{jo}$$

$$= \alpha_i''' (r_o) + \beta_i \ln y_o + \sum_j \Big[\gamma_{ijo} + \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs} (1-a_j)^s \Big] \ln p_{jo} \quad ,$$

avec :

$$\alpha_i''' (r_o) = \alpha_i + \sum_j \sum_{s=1}^{S} \gamma_{ijs} \Big[\ln (E_o \rho_s^*) + b_j \{1+(1-a_j)+\ldots+(1-a_j)^{s-1}\} \Big]$$

Au terme constant près, on retrouve exactement l'expression obtenue pour des anticipations obéissant uniquement au phénomène d'innovation induite. Toutes les conclusions auxquelles on était alors arrivé s'appliquent au cas plus général. Par ailleurs, les équations en différences premières sont identiques.

Il n'est pas difficile d'étendre les analyses qui précèdent, d'une part en tenant compte des substituts et des compléments d'un produit, d'autre part en envisageant, pour la composante exogène des anticipations de prix, une variation quelconque et non plus seulement uniforme. Les conclusions demeurent. Ce faisant, on aboutit à un modèle d'anticipation de prix qui s'appuie sur de solides intuitions économiques, et qui revêt la forme suivante :

Ce modèle va être estimé en données annuelles, pour la période 1960-1984, en choisissant pour <u>$b_i(t)$ une fonction quadratique du temps</u>. Dans l'ignorance où nous sommes des coûts de production, un polynôme du second degré est une forme fonctionnelle assez flexible pour saisir le mouvement tendanciel des prix relatifs et l'éventualité d'un changement de rythme en cours de période. Le premier terme du second membre est la part exogène du taux de variation du prix relatif, alors que le second en représente la part endogène. L'un offre une description sommaire - mais on ne dispose pas des données industrielles qui permettraient de faire mieux - des changements fondamentaux des prix de facteurs et des procédés dans les industries de consommation ; l'autre appréhende le phénomène d'innovation induite et d'autres comportements dynamiques des entreprises (voir, par exemple, le tour d'horizon qu'en font Encaoua et Michel, 1986).

Dans l'équation précédente, $\Delta \ln \tilde{p}_{it} = E_{t-1}(\ln p_{it} - \ln p_{i,t-1})$ est une estimation approchée du taux d'accroissement du prix relatif du produit i , faite en t-1. C'est en principe une variable inobservable. Toutefois, si l'on fait l'hypothèse d'anticipations rationnelles, l'estimation sera en moyenne exacte, soit :

$$\Delta \ln p_{it} = \Delta \ln \tilde{p}_{it} + \varepsilon_{it}$$

où ε_{it} est un bruit blanc (stochastiquement indépendant de toute information antérieure à t). Le modèle d'anticipation des prix peut ainsi être estimé par la méthode des MCO sous la forme suivante :

$$\Delta \ln p_{it} = b_i + b_i' t + b_i'' t^2 + \sum_j a_{ij} \ln p_{j,t-1} + \varepsilon_{it} \tag{9}$$

Les résultats obtenus pour les 20 produits qu'on a choisis apparaissent au tableau 2. Sa lecture appelle un certain nombre de commentaires.

Le coefficient de détermination est presque toujours significatif au seuil de 5% d'après le F de Fisher.

Trois produits seulement font exception : les vêtements féminins, le tabac et les transports ferroviaires. Les deux derniers donnent lieu à un monopole d'Etat et à une stricte administration des prix qui empêche évidemment les forces économiques de s'exprimer. Les vêtements féminins sont, par ailleurs, le seul produit pour lequel on décèle la présence d'autocorrélation positive au seuil de 1%.

TABLEAU 2
Modèle d'anticipation des prix relatifs

Variable expliquee $\Delta \ln p_{it}$

Produit	Cte	T (10^{-2})	T^2 (10^{-2})	Lnpi(-1)	Lnpj(-1)	F	$\overline{R^2}$	DW	Prix croisés retardés des substituts(s) ou des compléments(c)
PAIN	-0.020 (0.014)	-	0.034** (0.012)	-0.542* (0.197)	-	4.00	0.200	1.62	
FRUITS NON TROP.	0.063* (0.026)	-	0.028** (0.010)	-0.740** (0.203)	-	6.65	0.320	2.11	
VIANDE	-0.034 (0.029)	0.822 (0.523)	-0.036 (0.019)	-0.489* (0.190)	-	3.92	0.267	1.47	
LAITS LIQUIDES	0.013 (0.009)	-	0.003 (0.002)	-0.405** (0.152)	-	3.82	0.190	1.83	
BEURRE	0.109* (0.047)	-0.768 (0.417)	-0.015 (0.012)	-0.594** (0.199)	-	3.10	0.209	1.45	
CONSERVES DE LEGUM.	-0.011 (0.005)	-	-	-0.104* (0.047)	-	4.89	0.140	1.84	
VIN	0.060 (0.038)	-0.836 (0.597)	0.025 (0.021)	-0.659** (0.214)	-	3.51	0.239	1.75	
ELECTRI-CITE	0.376** (0.111)	-4.964** (1.344)	0.149** (0.038)	-0.816** (0.209)	-	17.87	0.678	2.02	
CARBURANTS, LUBRIFI.	-0.040** (0.009)	-	0.012** (0.003)	-	-	28.71	0.776	2.00	
VETEMENTS FEMININS	0.043 (0.027)	-0.420* (0.200)	-	-0.299 (0.149)	-	2.21	0.092	1.15	
REFRIGER., MACH.LAV.	0.228 (0.227)	-3.255 (2.463)	0.074 (0.052)	-0.271 (0.162)	-	11.90	0.577	1.36	
VOITURES	-0.143* (0.054)	2.051* (0.801)	-0.071* (0.030)	-	0.184 (0.110)	5.62	0.366	1.42	Carbur.,Lubrif.(c)
RADIOS, TELEVI.	0.316* (0.149)	-2.894** (0.011)	-0.021 (0.012)	-0.471* (0.186)	-	3.29	0.223	1.97	
JEUX, JOUETS	0.120* (0.051)	-1.404* (0.487)	0.018** (0.006)	-0.540* (0.204)	-	4.59	0.310	1.65	
PHARMAC. (humaine)	0.056 (0.041)	-0.906* (0.397)	-	-0.194 (0.094)	-	3.73	0.185	1.62	
TABAC	0.048 (0.035)	-1.134* (0.479)	0.036* (0.016)	-0.113 (0.112)	-	2.27	0.137	1.50	
LOCAT.DE LOGEMENT	0.023 (0.209)	-0.222** (0.059)	-	-	-0.129** (0.037)	28.27	0.694	1.98	Transp.urbains(s)
TRANSP. FERROV.	-0.009 (0.008)	-	-0.003 (0.003)	-0.268 (0.148)	-	1.64	0.050	1.58	
TRANSP. AERIENS	0.089* (0.042)	-1.896* (0.717)	0.071** (0.024)	-0.553** (0.190)	0.343 (0.182)	5.44	0.426	1.86	Transp.ferrovia.(s)
HOTELS, CAF.,REST.	-0.091* (0.033)	0.900** (0.281)	-	-0.564** (0.178)	-	5.13	0.256	1.58	

Le coefficent de ln $p_{i,t-1}$ est compris entre 0 et -1, comme prévu. Une seule fois (location de logement), la valeur estimée est positive mais non significative. Les prix relatifs témoignent donc d'une certaine inertie à s'ajuster à leur tendance fondamentale, ce qui est conforme à l'hypothèse d'innovation induite. La valeur moyenne du coefficient de ln $p_{i,t-1}$ est égale à -0.42, et son écart-type est égal à 0.31.

Les produits à forte inertie de prix relatifs (a_{ii} non significativement différent de 0) sont : les gros appareils ménagers, les voitures, les spécialités pharmaceutiques humaines, les services du logement, ainsi que les vêtements féminins, le tabac et les transports ferroviaires.

Ce sont surtout des biens stockables, si l'on met à part les trois derniers pour lesquels le coefficient de détermination n'est pas significativement positif. Cela est conforme à l'idée que les producteurs de ces biens ont la possibilité de moduler leurs prix à leur avantage d'une année à l'autre en jouant sur les stocks. Encaoua et Michel (1986) ont validé cette même hypothèse sur données industrielles françaises.

Les produits dont les prix relatifs s'ajustent quasi-instantanément à leur tendance -ceux dont le marché est efficient- sont les fruits, l'électricité, les carburants et lubrifiants (a_{ii} non significativement différent de -1). On y trouve donc le produit agricole le plus volatile qui soit, et les deux produits énergétiques de notre échantillon dont les prix sont administrés. Mais on sait que la politique constante de tous les gouvernements depuis le premier choc pétrolier a été de répercuter immédiatement auprès des consommateurs les variations de prix enregistrées sur le marché mondial.

L'hypothèse d'anticipations de prix homothétiques implique : $b'_i = b''_i = a_{ii} = 0$. Elle est rejetée dans tous les cas. Si l'on croit à la rationalité des anticipations, il faut donc absolument résister à la tentation de poser cette hypothèse simplificatrice.

CONCLUSION.

Nous avons ici volontairement limité notre investigation de la dynamique des modes de consommation (marchande) aux conséquences de la substitution intertemporelle. On fait en effet jouer à cette hypothèse, à l'heure actuelle, un rôle déterminant dans l'étude de la dépense totale de consommation et dans toute l'analyse macroéconomique, dont témoigne le recours de plus en plus courant à la théorie du cycle de vie-revenu permanent et à la théorie des anticipations, parce qu'elle possède un fondement microéconomique plus sûr que les hypothèses concurrentes. La substitution intertemporelle joue-t-elle un aussi grand rôle quand on examine un à un des postes de dépense désagrégés ? Explique-t-elle notamment le rejet systématique des conditions d'homogénéité et l'autocorrélation positive des résidus obtenus par maintes études empiriques de qualité ? Explique-t-elle aussi la découverte, dans un nombre non négligeable de cas, d'élasticités-prix direct positives ?

Au terme de cette étude, la réponse à ces questions est nuancée. L'hypothèse de substitution interporelle est bien nécessaire, mais elle n'est pas suffisante pour expliquer entièrement la dynamique des modes de consommation. Elle est nécessaire pour justifier la violation systématique de la condition d'homogénéité dans les systèmes complets de demande (estimés sous forme réduite), et le biais d'estimation des élasticités-prix directes et croisées. Mais elle est incapable d'expliquer par elle-même l'autocorrélation positive des résidus et tous les changements du mode de consommation des ménages. C'est là que l'hypothèse du changement technique et d'autres changements structurels prouve sa nécessité. Elle fera l'objet d'une prochaine étude.

En passant, les anticipations de prix relatifs ont fait l'objet d'un examen attentif. L'hypothèse d'anticipations homothétiques, c'est-à-dire de constance des prix relatifs anticipés, doit être rejetée si l'on croit à la rationalité des anticipations. Les prévisions de prix relatifs seraient donc propres à chaque produit, comportant une part exogène et une part endogène ou bien l'une des deux seulement. Enfin, les prix relatifs témoigneraient d'une certaine inertie à laquelle le phénomène d'innovation induite pourrait contribuer. C'est, nous semble-t-il une importante cause d'inertie des prix relatifs que l'on a ignorée jusqu'ici.

REFERENCES.

ALLARD, M., BRONSARD, C., et RICHELLE Y. 1987, "Roy-Consistent Expectations", mimeo.

DEATON, A., et MUELLBAUER, J. 1980, Economics and consumer behavior, Cambridge : Cambridge University Press.

ENCAOUA, D., et MICHEL, Ph. 1986, Dynamique des prix industriels en France, Paris : Economica.

GARDES, F. LEVY-GARBOUA, L. et ROBIN, J.M. 1986, Les modèles dynamiques de demande, Rapport du CREDOC au Commissariat Général du Plan.

POLEMARCHAKIS, H.M. 1983, "Expectations, demand and observability", Econometrica 51, pp. 565-574.

ROBIN, J.M., et LEVY-GARBOUA, L. 1988, "Les représentations implicites des goûts dans les modèles dynamiques de demande", Revue Economique 39, pp. 33-55.

C H A P I T R E   A N N E X E

I - CRITIQUE DE L'HYPOTHESE DE SEPARABILITE INTERTEMPORELLE DES PREFERENCES

1.1. L'hypothèse la plus parcimonieuse, au commencement de l'analyse, est celle de séparabilité intertemporelle des préférences (faible). Elle conduit au système de demande suivant :

$$q_{it} = G_{it}\,(P_t y_t\ ,\ p'_t) = G_{it}\,(y_t, p_t)$$

$$y_t = \frac{1}{P_t}\,Y_t\,(W_t,\ p'_t, \rho_{t+1}\,p'_{t+1}, \ldots, \rho_L\,p'_L) = y_t\,(\frac{W_t}{P_t}\ ,\ p_t, \rho_{t+1} p_{t+1}, \ldots, \rho_L p_L)$$

où y_t désigne dorénavant la dépense totale réelle de la période t.

Les prix de la période sont seuls à entrer dans les équations de demande instantanées. (p' désigne un vecteur de prix courants, et $p = p'/P_t$ un vecteur de prix déflaté par un indice général des prix).

Il y a budgétisation en deux étapes :

$$\begin{tikzcd} \frac{W_t}{P_t} \arrow[r] & y_t \arrow[r] & (q_{it}) \\ (\rho_{t+\tau}\ p_{t+\tau}) \arrow[ur] & p_t \arrow[ur] & \end{tikzcd}$$

Si les erreurs sur les fonctions de demande sont corrélées, il est préférable d'estimer d'abord y_t par y_t^P, puis de remplacer y_t par cette estimation dans les équations de demande. C'est, en quelque sorte, la méthode du revenu permanent.

Si le modèle est bien spécifié, les termes d'erreur ne devraient pas exhiber d'autocorrélation sérielle. De plus, les conditions néo-classiques usuelles (homogénéité, symétrie, négativité) devraient être vérifiées au niveau individuel.

On remarquera que, selon cette hypothèse, le revenu disponible m_t n'est pas un déterminant de la demande, comme le supposerait l'application du modèle statique. C'est la dépense totale y_t qui joue ce rôle, et qui est déterminée par la valeur actuelle des revenus présent et futur et non par le seul revenu (disponible) présent.

Si l'on retient cette hypothèse, la contrainte de liquidité, c'est-à-dire l'impossibilité de recourir au marché financier, et la nécessité de consommer tout son revenu à chaque période, résultent en une dépendance des consommations courantes vis-à-vis du revenu disponible de la période et des prix de la période. On retrouve ainsi les conclusions du modèle statique dans ce cas particulier qui lui correspond bien. Autrement dit l'hypothèse de séparabilité intertemporelle est l'hypothèse la plus parcimonieuse pour dynamiser la théorie de la demande en conservant les conclusions de la théorie statique, c'est-à-dire en supposant que celle - ci est valide dans un cas particulier.

Notons que la première étape de la budgétisation est loin d'être simple. En général, la dépense totale de la période est fonction de tous les prix actualisés présents et futurs. On recourt souvent à des hypothèses simplificatrices pour estimer y_t.

Malheureusement, cette spécification du modèle apparaît assez souvent contredite par les faits. Sur données agrégées, l'estimation de systèmes complets de demande, et notamment les conditions d'homogénéité et de symétrie, est systématiquement rejetée. L'autocorrélation des résidus est décelée. Sur données désagrégées, on constate même un fort rejet des conditions de symétrie et de négativité (avec des élasticités-prix positives dans 25% des cas au moins).

1.2) L'hypothèse de <u>formation d'habitudes</u> ne semble pas être une bonne alternative. Il semble en effet que l'autorégressivité de certaines consommations ne coïncide pas avec l'autocorrélation des résidus. L'hypothèse en question, en interdisant l'identification du phénomène en cause, peut être inutilement source de confusion.

L'autocorrélation des résidus semble être un phénomène plus important que l'autorégressivité des consommations que, par ailleurs, la simple existence d'une contrainte de richesse (intertemporelle) suffit à justifier.

Or, l'autocorrélation des résidus est le signe de changements non pris en compte dans la structure démographique, dans les produits, etc... que l'hypothèse de formation d'habitudes a eu tendance à masquer.

Enfin, l'hypothèse de formation d'habitudes semble être en contradiction avec une hypothèse plus fondamentale de rationalité ou, plutôt, de cohérence intertemporelle des choix, car elle est incompatible avec l'hypothèse de forte récursivité qui en est la condition nécessaire et suffisante.

Comme, de surcroît, l'hypothèse de formation d'habitudes n'apporte qu'une violation mineure de la séparabilité intertemporelle des préférences, puisqu'on pourrait, dans le cas plausible d'habitudes myopes, remplacer cette hypothèse un peu forte par celle de séparabilité intertemporelle conditionnelle, on ne voit pas bien quel intérêt il peut y avoir à la conserver, même du strict point de vue des modèles dynamiques de demande (les arguments des deux derniers paragraphes sont développés par Robin et Lévy-Garboua, 1988).

1.3) Par la suite, on va donc <u>relâcher l'hypothèse de faible séparabilité intertemporelle des préférences</u>. Cela nous oblige à formuler les anticipations de prix et de revenus de manière explicite.

On a d'abord supposé que chaque ménage a des <u>anticipations de prix homothétiques</u>, c'est-à-dire anticipe des prix futurs proportionnels aux prix actuels, avec le même facteur de proportionnalité pour tous les produits. En d'autres termes, il <u>anticipe la constance des prix relatifs</u>.

Sans autre hypothèse sur la fonction d'utilité intertemporelle ni sur l'anticipation des revenus futurs (ou, si l'on préfère, sur l'évaluation de la richesse), on aboutit au système d'équations suivant :

$$q_{it} = G_{it}\ (y_t, p_t, \rho^*_{t+1}\ p_t, \ldots, \rho^*_L\ p_t)$$

$$y_t = y_t\ (\frac{W_t}{P_t}, p_t, \rho^*_{t+1}\ p_t, \ldots, \rho^*_L\ p_t)$$

où P_t est un indice général des prix, $p_t = p'/P_t$ est le vecteur des prix déflatés par cet indice général des prix, et W_t/P_t est la richesse réelle du ménage perçue en t .

Si l'on ajoute que les anticipations des taux d'intérêt réels sont entièrement basées sur le taux d'intérêt réel de la période, r_t, on aboutit aussi au <u>système réduit</u> suivant pour les équations de demande :

$$q_{it} = f_{it}\ (y_t, p_t, r_t)$$

Comme les fonctions dynamiques de demande que l'on peut estimer le plus commodément en pratique sont les équations réduites, il faut examiner les propriétés du système d'équations réduites au niveau des demandes individuelles. On envisagera successivement des anticipations de prix homothétiques (section 2), et non homothétiques mais indépendantes des revenus (section 3).

II - PROPRIETES DU SYSTEME D'EQUATIONS REDUITES DE DEMANDE QUAND LES ANTICIPATIONS DE PRIX SONT HOMOTHETIQUES (LES PRIX RELATIFS ANTICIPES SONT CONSTANTS) :

2.1. La fonction de demande.

$$(a)\quad q_{it} = g_{it}\left(\frac{W_t}{P_t},\quad p_t,\ \rho^*_{t+1}\, p_t,\ldots,\ \rho^*_L\, p_t\right)$$

$$= g_{it}(w_t,\ p_t,\ \rho^*_{t+1}\quad p_t,\ldots,\ \rho^*_L\ p_t) \;=\; g_{it}\ (w_t,\ p_t,\ \tilde{p}_{t+1},\ldots,\tilde{p}_L)$$

avec $w_t = W_t/P_t$, satisfait à toutes les conditions néo-classiques au niveau individuel.

On considère aussi les fonctions de demande :

$$(b)\quad q_{it} = G_{it}\ (y_t,\ p_t,\ \rho^*_{t+1}\ p_t,\ldots,\ \rho^*_L\ p_L)$$

où y_t, la dépense totale réelle, est définie par :

$$(c)\quad y_t = \sum_{i=1}^{1}\ p_{it}\ g_{it}\ (w_t,\ p_t,\ \rho^*_{t+1}\quad p_t,\ldots,\ \rho^*_L\ p_t)$$

Quelles sont les propriétés de G_{it} ?

Prenons la différentielle totale des équations (a) et (b) :

$$(d)\quad dq_{it} = \frac{\partial g_{it}}{\partial w_t}\ dw_t + \sum_{j=1}^{1}\sum_{s=o}^{L-t} \frac{\partial g_{it}}{\partial \tilde{p}_{j,t+s}}\ d\,\tilde{p}_{j,t+s}$$

On va, désormais, simplifier la notation en omettant l'indice t de la période, en rebaptisant (t+s) par $s \in (o,\ldots\ L-t = S)$.

$\tilde{p}_s$ est le vecteur des prix actualisés de la période (t+s) : $\tilde{p}_s = \rho^*_{t+s}\ p_t = \rho^*_s\ p_o$

La différentielle totale se réécrit :

$$dq_i = \frac{\partial g_i}{\partial w}\ dw + \sum_{j=1}^{1}\sum_{s=o}^{S} \frac{\partial g_i}{\partial \tilde{p}_{js}}\quad d\tilde{p}_{js}$$

Avec ces notations :

$$(b) \Longrightarrow (e) \quad dq_i = \frac{\partial G_i}{\partial w} dy + \sum_{i=1}^{1} \sum_{s=o}^{S} \frac{\partial G_i}{\partial \tilde{p}_{js}} d\tilde{p}_{js}$$

Prenons aussi la différentielle totale de (c) pour exprimer dw en fonction de dy et $d\tilde{p}$:

$$(c) \Longrightarrow dy = \sum_i \left\{ p_{io} \left[\frac{\partial g_i}{\partial w} dw + \sum_j \sum_s \frac{\partial g_i}{\partial p_{js}} d\,\tilde{p}_{js} \right] + q_i\, d\tilde{p}_{io} \right\}$$

d'où l'on tire :

$$\left(\sum_i p_{io} \frac{\partial g_i}{\partial w} \right) dw \equiv dy - \sum_i p_{io} \sum_j \sum_s \frac{\partial g_i}{\partial p_{js}} d\tilde{p}_{js} - \sum_i q_i\, dp_{io}$$

Reportons dw dans (d) :

$$(d) \Longrightarrow dq_i \equiv \frac{\partial g_i / \partial w}{\sum_i p_{io} \frac{\partial g_i}{\partial w}} dy - \frac{\partial g_i / \partial w}{\sum p_{io} \frac{\partial g_i}{\partial w}} \sum_k \left[p_{ko} \sum_j \sum_s \frac{\partial g_k}{\partial \tilde{p}_{js}} d\,\tilde{p}_{js} + q_k\, dp_{ko} \right]$$

$$+ \sum_j \sum_s \frac{\partial g_i}{\partial \tilde{p}_{js}} d\tilde{p}_{js}$$

En égalant terme à terme cette expression à (e), on obtient :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial G_i}{\partial y} &\equiv \frac{\partial g_i / \partial w}{\sum_i p_{io} \frac{\partial g_i}{\partial w}} \\ \frac{\partial G_i}{\partial p_{jo}} &\equiv \frac{\partial g_i}{\partial \tilde{p}_{jo}} - \frac{\partial g_i / \partial w}{\sum_i p_{jo} \frac{\partial g_i}{\partial w}} \left(\sum_k p_{ko} \frac{\partial g_k}{\partial p_{jo}} + q_j \right) \\ \frac{\partial G_i}{\partial \tilde{p}_{js}} &\equiv \frac{\partial g_i}{\partial \tilde{p}_{js}} - \frac{\partial g_i / \partial w}{\sum_i p_{io} \frac{\partial g_i}{\partial w}} \sum_k p_{ko} \frac{\partial g_k}{\partial \tilde{p}_{js}}, \forall \quad s \neq 0 . \end{aligned} \right.$$

En réalité, on n'observe pas les fonctions de demande G_i mais les fonctions réduites :

(g) $\quad q_i = f_i\,(y,\, p_o,\, r_o)$

où r_o est le taux d'intérêt réel en 0(t).

Prenons la différentielle totale de (g) :

$$\text{(h)} \qquad dq_i \;\equiv\; \frac{\partial f_i}{\partial y}\,dy \;+\; \sum_j \frac{\partial f_i}{\partial p_{jo}}\,dp_{jo} \;+\; \frac{\partial f_i}{\partial r_o}\,dr_o$$

Dans toute la suite de l'exposé, on maintient r_o constant, donc aussi $\rho_1^*,\ldots,\rho_s^*$ étant donnée la fonction d'anticipation des taux d'intérêt réels futurs sur la base de r_o. Toutes les dérivées partielles seront présentées sous cette hypothèse, que l'on omettra de rapporter à chaque fois.

Notons alors que :

$$\tilde{p}_{js} = \rho_s^*\;p_{jo}$$

r_o étant constant,

$$d\tilde{p}_{js} = \rho_s^*\;dp_{jo}$$

$$\text{(e)} \implies dq_i = \frac{\partial G_i}{\partial y}\,dy + \sum_j \sum_s \frac{\partial G_i}{\partial \tilde{p}_{js}}\,\rho_s^*\,dp_{jo}$$

Egalons cette expression terme à terme avec (h), en y posant $dr_o \equiv 0$:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f_i}{\partial y} \equiv \dfrac{\partial G_i}{\partial y} \\[2ex] \dfrac{\partial f_i}{\partial p_{jo}} \equiv \displaystyle\sum_s \frac{\partial G_i}{\partial p_{js}}\,\rho_s^* \end{cases}$$

Reportons (f) dans (i)

$$
(j) \quad \begin{cases} \dfrac{\partial f_i}{\partial y} \equiv \dfrac{\partial G_i/\partial w}{\sum\limits_i p_{io} \dfrac{\partial g_i}{\partial w}} \\[2ex] \dfrac{\partial f_i}{\partial p_{jo}} \equiv \sum\limits_s \left\{ \dfrac{\partial g_i}{\partial \tilde{p}_{js}} - \dfrac{\partial g_i/\partial w}{\sum p_i^o \dfrac{\partial g_i}{\partial w}} \sum\limits_k p_{ko} \dfrac{\partial g_k}{\partial \tilde{p}_{js}} \right\} \rho_s^* - \dfrac{\partial g_i/\partial w}{\sum p_i^o \dfrac{\partial g_i}{\partial w}} q_j \end{cases}
$$

Si $\sum p_{io} \dfrac{\partial g_i}{\partial w} = \dfrac{\partial y}{\partial w} > 0$, c'est-à-dire si la consommation présente est un bien supérieur, les fonctions de demande réduites (f_i) classent les biens inférieurs et les biens supérieurs de la même façon que les vraies fonctions(g_i).

En revanche, $\dfrac{\partial f_i}{\partial p_{jo}}$ a une expression un peu compliquée.

<u>La condition d'additivité</u> :

Ecrivons que la somme des dépenses est égale à la dépense totale :

$$\sum_i p_{io} \, G_i \, (y, p_o, \rho_1^* \, p_o, \ldots, \rho_s^* \, p_o) = y$$

et prenons-en la différentielle en maintenant y constant :

$$\sum_i q_i \, dp_{io} + \sum_i p_{io} \sum_j \sum_s \frac{\partial G_i}{\partial \tilde{p}_{js}} \, d\tilde{p}_{js} \equiv 0 \quad .$$

Comme $d\tilde{p}_{js} = \rho_s^* \; dp_{jo}$, et que l'identité précédente est vraie $\forall \; dp_o$, on doit avoir :

$$q_j + \sum_i p_{io} \sum \left(\frac{\partial G_i}{\partial \tilde{p}_{js}} \; \rho_s^* \right) \equiv 0 \quad .$$

Reportons (f) dans cette expression :

$$q_j + \sum_i p_{io} \sum_s \left(\frac{\partial g_i}{\partial \tilde{p}_{js}} - \frac{\partial g_i/\partial w}{\sum\limits_i p_{io} \dfrac{\partial g_i}{\partial w}} \sum_k p_{ko} \frac{\partial g_k}{\partial \tilde{p}_{js}} \right) \rho_s^*$$

$$- \sum_i p_{io} \frac{\partial g_i/\partial w}{\sum\limits_i p_{io} \dfrac{\partial g_i}{\partial w}} q_j \equiv 0$$

On reconnaît l'expression des $\frac{\partial f_i}{\partial p_{jo}}$ dans cette équation, qui s'écrit donc aussi :

$$q_j + \sum_i p_{io} \frac{\partial f_i}{\partial p_{jo}} \equiv 0 \ .$$

En termes d'élasticité :

$$q_j + \sum_i p_{io} \frac{q_i}{p_{jo}} e_{ij} \equiv 0 \ .$$

avec e_{ij} = élasticité-prix croisée de i/j, calculée sur la fonction de demande réduite f_i

ou encore : $(p_{jo}\ q_j) + \sum_i (p_{io}\ q_i)\ e_{ij} \equiv 0$

avec e_{ij} = élasticité-prix croisée de i/j, calculée sur la fonction de demande réduite.

Divisons tout par $y_t > 0$:

$$w_j + \sum_i w_i \ e_{ij} \equiv 0 \qquad \forall j$$

avec $w_j = \frac{p_{jo}\ q_j}{y}$, $\sum_j w_j \equiv 1$.

On retrouve ici la relation d'agrégation de Cournot.

Sommons cette relation par rapport à j :

$$\sum_j w_j + \sum_j \sum_i w_i \ e_{ij} \equiv 0$$

$$1 + \sum_i w_i \left(\sum_j e_{ij} \right) \equiv 0$$

$$1 + \sum w_i \ \bar{e}_i \equiv 0 \quad , \qquad \text{avec } \bar{e}_i = \sum_j e_{ij}$$

Si on se rappelle que : $\sum_i w_i \ e_i \equiv 1$

$$\sum_i w_i \left(e_i + \sum_j e_{ij} \right) \equiv 0 \qquad \text{avec } w_i > 0 \ .$$

En général, les conditions d'homogénéité équation par équation

$$e_i + \sum_j e_{ij} \equiv 0 . \qquad \forall_i$$

ne sont pas vérifiées. En revanche, la condition précédente énonce que la moyenne des sommes des élasticités-prix et dépense, pondérée par les w_i, est nulle.

Effets-prix :

Revenons à l'équation de $\frac{\partial f_i}{\partial p_j^o}$

$$\frac{\partial f_i}{\partial p_{jo}} = \sum_s \left\{ \frac{\partial g_i}{\partial \tilde{p}_{js}} - \frac{\partial f_i}{\partial y} \sum_k p_{ko} \frac{\partial g_k}{\partial \tilde{p}_{js}} \right\} \rho_s^* - \frac{\partial f_i}{\partial y} q_j$$

où l'on a remplacé $\dfrac{\partial g_i / \partial w}{\sum_i p_{io} \frac{\partial g_i}{\partial w}}$ par $\dfrac{\partial f_i}{\partial y}$

$\frac{\partial f_i}{\partial p_{jo}}$ se décompose en un effet-prix pur et un effet-richesse :

$$\frac{\partial f_i}{\partial p_{jo}} = \underbrace{\sum_s \frac{\partial g_i}{\partial \tilde{p}_{js}} \rho_s^*}_{\text{effet-prix}} - \underbrace{\left[\left(\sum_s \sum_k p_{ko} \frac{\partial g_k}{\partial \tilde{p}_{js}} \rho_s^*\right) + q_j\right] \frac{\partial f_i}{\partial y}}_{\text{effet-richesse}}$$

Chacun de ces deux effets, à son tour, se décompose en un effet courant et un effet anticipé :

$$\sum_s \frac{\partial g_i}{\partial \tilde{p}_{js}} \rho_s^* = \frac{\partial g_i}{\partial p_{jo}} + \sum_{s=1}^{S} \frac{\partial g_i}{\partial \tilde{p}_{js}} \rho_s^*$$

$$- \left[\sum_s \sum_k p_{ko} \frac{\partial g_k}{\partial \tilde{p}_{js}} \rho_s^* + q_j\right] \frac{\partial f_i}{\partial y} = - \left[\sum_k p_{ko} \frac{\partial g_k}{\partial p_{jo}} + q_j\right] \frac{\partial f_i}{y}$$

$$- \left[\sum_{s=1}^{S} \sum_k p_{ko} \frac{\partial g_k}{\partial \tilde{p}_{js}} \rho_s^*\right] \frac{\partial f_i}{\partial y}$$

Exprimons ces équations en termes d'élasticités :

$$\frac{\partial f_i/q_i}{\partial p_{jo}/P_{jo}} = e_{ij} = \sum_s \frac{\partial p_{js}}{\tilde{p}_{js}} e_{io,js}\, \rho_s^* - \left[\left(\sum_s \sum_k \frac{p_{ko}\, q_k}{\tilde{p}_{js}} e_{ko,js}\, \rho_s^* + q_j\right)\right] \frac{p_{jo}}{y} e_i$$

$$e_{ij} = \sum_s e_{io,js} - \left|\sum_s \sum_k w_k\, e_{ko,js} + w_j\right| e_i$$

n se servant de la relation de Cournot, on a aussi :

$$e_{ij} = \sum_s e_{io,js} - \sum_k w_k \left|\left(\sum_s e_{ko,js}\right) - e_{kj}\right| e_i$$

avec : $e_{is,js} = \dfrac{\partial g_i/q_i}{\partial \tilde{p}_{js}/\tilde{p}_{js}}$

<u>signe de l'élasticité-prix directe</u> :

$$e_{ii} = e_{io,io} + \sum_{s=1}^{S} e_{io,is} - e_i \left[\sum_k w_k \left\{\left(\sum_s e_{ko,is}\right) - e_{ki}\right\}\right]$$

$$= e_{ii}^* - e_i \sum w_k\, (e_{ki}^* - e_{ki})$$

avec : $e_{ii}^* = \sum_{s=o}^{S} e_{io,is}$ = élasticité-prix (directe) totale "compensée" ou "pure"

$e_{ki}^* = \sum_{s=o}^{S} e_{ko,is}$ = élasticité-prix (croisée) totale "compensée" ou "pure"

Les signes de e_{ii}^* et de $e_i \sum_k w_k\, (e_{ki}^* - e_{ki})$ sont indéterminés en général.

Si les biens consommés dans le présent et dans le futur sont en moyenne substituts, $\sum_{s=1}^{S} e_{io,is} > 0$

et l'élasticité-prix totale compensée pourra être > 0 parce que, si tous les prix baissent proportionnellement par exemple, le consommateur pourra consommer moins dans l'immédiat pour profiter des baisses de prix futures et consommer davantage dans le futur.

En revanche, si les biens consommés dans le présent et dans le futur sont en moyenne compléments

$\sum_{s=1}^{S} e_{io,is} < 0$, et l'élasticité-prix totale compensée sera nécessairement < 0 .

Si $\sum_{k} w_k \, e^{*}_{ki} > 0$

$\sum_{k} w_k \, e_{ki} = - w_i < 0$ (d'après la relation de Cournot)

S'il en est ainsi, l'effet-richesse pourrait être élevé en valeur absolue, surtout pour les biens de luxe ($e_i > 1$) .

Si les biens sont normaux, l'effet-richesse serait négatif, ce qui renforcerait la négativité de l'effet-prix direct.

En revanche, si les biens sont inférieurs, l'effet-richesse serait positif, et s'opposerait à la négativité de l'effet-prix direct.

On pourrait avoir des effets inverses si $\sum_{k} w_k \, e^{*}_{ki} < 0$, avec une valeur absolue suffisamment élevée pour compenser les autres effets de sens contraire.

Les conditions de symétrie :

Les fonctions de demande réduites(g) vérifient-elles les conditions de symétrie ?

$$\frac{\partial f_i}{\partial y} q_j + \frac{\partial f_i}{\partial p_{jo}} \overset{?}{=} \frac{\partial f_j}{\partial y} q_i + \frac{\partial f_j}{\partial p_{io}} \qquad \forall_{i,j \in} (1,\ldots,1)$$

(On n'a pas écrit les conditions de symétrie relatives aux prix p_i et au taux d'intérêt r).

Reportons les relations (f) dans cette équation :

$$\frac{\partial f_i}{\partial y} q_j + \sum_s \left\{ \frac{\partial g_i}{\partial \tilde{p}_{js}} - \frac{\partial f_i}{y} \sum_k p_{ko} \frac{\partial g_k}{\partial \tilde{p}_{js}} \right\} \rho_s^* - \frac{\partial f_i}{\partial y} q_j \overset{?}{=}$$

$$\frac{\partial f_j}{\partial y} q_i + \sum_s \left\{ \frac{\partial g_j}{\partial \tilde{p}_{is}} - \frac{\partial f_j}{\partial y} \sum_k p_{ko} \frac{\partial g_k}{\partial \tilde{p}_{is}} \right\} \rho_s^* - \frac{\partial f_j}{\partial y} q_i$$

ou

$$\sum_s \left\{ \left(\sum_k p_{ko} \frac{\partial g_k}{\partial w} \right) \frac{\partial g_i}{\partial p_{js}} - \frac{\partial g_i}{\partial w} \left(\sum_k p_{ko} \frac{\partial g_k}{\partial \tilde{p}_{js}} \right) \right\} \rho_s^* \overset{?}{=}$$

$$\sum_s \left\{ \left(\sum_k p_{ko} \frac{\partial g_k}{\partial w} \right) \frac{\partial g_j}{\partial \tilde{p}_{is}} - \frac{\partial g_j}{\partial w} \left(\sum_k p_{ko} \frac{\partial g_k}{\partial \tilde{p}_{is}} \right) \right\} \rho_s^*$$

On ne retombe pas en général sur les conditions de symétrie sur les fonctions g_{is} .

III - PROPRIETES DU SYSTEME D'EQUATIONS REDUITES DE DEMANDE QUAND LES ANTICIPATIONS DE PRIX DEPENDENT DE LA STRUCTURE DES PRIX COURANTS, MAIS NON DES REVENUS.

$$q_{it} = g_{it}\ (W_t,\ p'_t,\ \rho_{t+1}\ p'_{t+1},\dots,\ \rho_L p'_L)$$

On note par p'_t le vecteur des prix (nominaux) de la période t . ρ_{t+s} est le paramètre d'actualisation relatif à la période (t+s)/t.

Effectuons le changement de notation antérieurement défini :

$$q_i^* = g_i\ (W,\ p'_o,\ \rho_1\ p'_1\ ,\dots,\ \rho_s\ p'_s)$$

$$\rho_s\ p'_s \ = \ (\rho_s\ p'_{is}) = (\rho^*_{is}\ p'_{io})$$

avec : $\rho^*_{is} = \rho_s \dfrac{p'_{is}}{p'_{io}}$ avec $\rho_o = 1 \quad \forall\ i \in (1,\dots,1)$

ρ^*_{is} est le facteur d'actualisation réel spécifique à i pour l'année t+s/t .

La fonction de demande g_i est homogène de degré 0 par rapport à W, $p'_o,\dots,\ \rho_s\ p'_s$, mais aussi par rapport à W, $(p'_{io}),\dots,\ (\rho^*_{is}\ p'_{io})$.

Si l'on multiplie W et tous les prix p'_{is} $s \in (0,\dots,S)$ par un scalaire positif, les ρ^*_{is} demeurent inchangés, mais les $\rho^*_{is}\ p'_{io}$ sont multipliés par ce scalaire .

$$\begin{aligned} q_i &= g_i\ (W,\ p'_o,\ (\rho^*_{i1}\ \ p'_{io}),\dots,\ (\rho^*_{is}\ p'_{io})) \\ &= g_i\ (W,\ p'_o,\ \ \rho_1\ \ \ p'_1\ \ ,\dots,\ \ \rho_s\ \ p'_s) \\ &= g_i\ (W,\ p'_o,\ \ \tilde{p}'_1\ \ ,\dots,\ \ \tilde{p}'_s) \end{aligned}$$

Supposons que l'on puisse décomposer tous les prix p'_{is} multiplicativement : $p'_{is}=P_s p_{is}$

Dans ce cas,

$$\begin{aligned} \rho^*_{is}\ p'_{io} &= \rho_s\ \frac{P_s}{P_o}\ \frac{p_{is}}{p_{io}}\ \ P_o\ p_{io} \\ &= P_o\ \rho^*_s\ p_{is} \end{aligned}$$

et : $$q_i = g_i\,(W,\ P_o\,p_o\ ,\ P_o\,\rho_1^{\star}\,p_1,\dots,\ P_o\,\rho_s^{\star}\,p_s)$$

$$= g_i\,(w,\ p_o,\ \rho_1^{\star}\,p_1,\dots,\ \rho_s^{\star}\,p_s)$$

$$= g_i\,(w,\ p_o,\ \tilde{p}_1,\dots,\ \tilde{p}_s\ )$$

où $w = \dfrac{W}{P_o}$ est la richesse "réelle" (déflatée par l'indice général des prix de la période, t, d'évaluation), p_s le vecteur des "prix relatifs" de la période t+s, et $\rho_s^{\star}$ "le" taux d'intérêt réel de la période t+s/t.

Les équations (f) qui déterminent le passage de $g_i \leadsto G_i$ sont conservées.

Notons que = $$\tilde{p}_{js} = \rho_s^{\star}\ p_{js}$$

$$d\tilde{p}_{js} = \rho_s^{\star}\ dp_{js} \qquad , \quad \underline{\text{à } r_o \text{ constant.}}$$

$$(e) \Longrightarrow d_{qi} \equiv \frac{\partial G_i}{\partial y}\ dy + \sum_j \sum_s \frac{\partial G_i}{\partial \tilde{p}_{js}}\ \rho_s^{\star}\ d\,p_{js}$$

Egalons cette expression terme à terme avec (h) en y posant $dr_o \equiv 0$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f_i}{\partial y} \equiv \dfrac{\partial G_i}{\partial y} + \displaystyle\sum_s \sum_k \dfrac{\partial G_i}{\partial \tilde{p}_{ks}}\ \rho_s^{\star}\ \dfrac{\partial p_{ks}}{\partial y} \\[2ex] \dfrac{\partial f_i}{\partial p_{jo}} \equiv \displaystyle\sum_s \sum_k \dfrac{\partial G_i}{\partial \tilde{p}_{ks}}\ \rho_s^{\star}\ \dfrac{\partial p_{ks}}{\partial p_{jo}} \end{cases}$$

Il est raisonnable de supposer que les <u>prix relatifs anticipés</u> reflètent les coûts relatifs de production, et ne dépendent ni du revenu du consommateur, ni des revenus de tous les autres consommateurs. Admettons pour l'instant qu'ils ne dépendent que des prix relatifs de base.

Les équations ci-dessous se simplifient en :

$$
(k)\quad \begin{cases}
\dfrac{\partial f_i}{\partial y} \equiv \dfrac{\partial G_i}{\partial y} \\[2ex]
\dfrac{\partial f_i}{\partial p_{jo}} \equiv \sum\limits_s \sum\limits_k \dfrac{\partial G_i}{\partial \tilde{p}_{ks}} \quad \rho_s^* \quad \dfrac{\partial p_{ks}}{\partial p_{jo}}
\end{cases}
$$

Reportons alors (f) dans (k) :

$$
(1)\quad \begin{cases}
\dfrac{\partial f_i}{\partial y} \equiv \dfrac{\partial g_i/\partial w}{\sum\limits_i p_{io} \dfrac{\partial g_i}{\partial w}} \\[3ex]
\dfrac{\partial f_i}{\partial p_{jo}} \equiv \sum\limits_s \sum\limits_m \left(\dfrac{\partial g_i}{\partial \tilde{p}_{ms}} - \dfrac{\partial g_i/\partial w}{\sum\limits_i p_{io} \dfrac{\partial g_i}{\partial w}} \sum\limits_k p_{ko} \dfrac{\partial g_k}{\partial \tilde{p}_{ms}} \right) \rho_s^* \dfrac{\partial p_{ms}}{\partial p_{jo}} \\[3ex]
\qquad - \dfrac{\partial g_i/\partial w}{\sum\limits_i p_{io} \dfrac{\partial g_i}{\partial w}} \sum\limits_k q_k \dfrac{\partial p_{ko}}{\partial p_{jo}}
\end{cases}
$$

Remarquons que : $\dfrac{\partial p_{ko}}{\partial p_{jo}} = 0$ si $k \neq j$; $\dfrac{\partial p_{ko}}{\partial p_{jo}} = 1$ si $k = j$. D'où :

$$
(1')\quad \begin{aligned}
\dfrac{\partial f_i}{\partial p_{jo}} \equiv & \sum\limits_s \sum\limits_m \left(\dfrac{\partial g_i}{\partial \tilde{p}_{ms}} - \dfrac{\partial g_i/\partial w}{\sum\limits_i p_{io} \dfrac{\partial g_i}{\partial w}} \sum\limits_k p_{ko} \dfrac{\partial g_{tk}}{\partial \tilde{p}_{ms}} \right) \rho_s^* \dfrac{\partial p_{ms}}{\partial p_{jo}} \\
& - \dfrac{\partial g_i/\partial w}{\sum\limits_i p_{io} \dfrac{\partial g_i}{\partial w}} \; q_j
\end{aligned}
$$

Supposons que, sur une période homogène, on pose :

$$
p_s = \left(e^{\lambda_i s} \; p_{io} \right)
$$

λ est le vecteur-colonne des taux d'accroissement moyens des prix relatifs entre 0 et S . Même si, dans la réalité, les prix relatifs ne suivent pas une évolution régulière, cette hypothèse ne fait qu'exprimer le mouvement anticipé des prix relatifs.

Avec cette hypothèse, le système de demande s'écrit :

$$q_i = g_i \,(W,\ p_o,\ \rho_1^* e^{\lambda} p_o, \ldots,\ \rho_s^* e^{\lambda s} p_o)$$

Soit un produit dont le prix relatif anticipé augmente :

$$\frac{\partial p_{ms}}{\partial p_{jo}} = \begin{cases} \dfrac{\partial p_{js}}{\partial p_{jo}} = e^{\lambda_j s} & \text{si } m = j \\ 0 & \text{si } m \neq j \end{cases}$$

$$\rho_s^* \, e^{\lambda_j s} = \frac{e^{\lambda_j s}}{(1+\bar{r})^s} \simeq e^{-(\bar{r}-\lambda_j)^s} = \rho_{js}^*$$

où $\bar{r}$ est le taux d'intérêt réel prévu moyen entre 1 et s . Donc, si $\lambda_j > \bar{r}$, le taux d'intérêt téel spécifique au produit j croît avec s .

Il suffit de remplacer ρ_s^* par ρ_{js}^*. La formule de l'élasticité-prix e_{ij} est inchangée :

$$e_{ij} = \sum_s e_{io,js} - \left[\sum_s \sum_k w_k \, e_{ko,js} + w_j\right] e_i$$

Cette formule reste vraie même si $\lambda_j = \lambda_j(s)$. Le rythme de variation des prix relatifs peut être régulier ou irrégulier, peu importe. Ce qui compte est que le prix anticipé d'un produit ait une évolution autonome, indépendante de ce qui arrive aux autres prix et aux revenus. Il n'est pas nécessaire, non plus, de parler de prix relatif. Il suffit que les prix des produits suivent une évolution autonome.

Néanmoins, même ainsi étendue, l'hypothèse d'autonomie des prix anticipés les uns par rapport aux autres est souvent trop restrictive. L'anticipation des prix des proches substituts et compléments d'un produit peut influencer celle du prix du produit en question parce que toute variation initiale de son vrai prix relatif va modifier l'incitation de ses fabricants à réduire leurs coûts de production. Dans ce cas, la formule de l'élasticité-prix est un peu plus compliquée :

$$\text{(m)} \qquad e_{ij} = \sum_s E_{io,js} - \left[\sum_s \sum_k w_k \, E_{ko,js} + w_j \right] e_i \qquad ,$$

$$\text{avec :} \qquad E_{io,js} = \sum_m e_{io,ms} \frac{\partial p_{ms} / p_{ms}}{\partial p_{js} / p_{js}}$$

Les élasticité-prix $e_{io,js}$ et $e_{ko,js}$ sont remplacées par $E_{io,js}$ et $E_{ko,js}$. Si l'accroissement du prix d'un produit quelconque conduit à prévoir que, dans l'ensemble, les prix des substituts vont aller dans le même sens, présentement et dans le futur, et les prix des compléments en sens contraire, la discussion précédente sur le signe des élasticités-prix demeure valable dans ses grandes lignes. Mais les signes seront encore plus difficiles à prévoir. Or, cette hypothèse sur le sens de variation des prix les uns par rapport aux autres est plutôt conforme à l'hypothèse d'innovation induite.

La contrainte d'additivité.

Que devient la relation de Cournot dans ce cas général ?

On part de la contrainte d'additivité :

$$\sum_i p_{is} \, G_i \, (y, \, p_o, \, \tilde{p}_1, \ldots, \, \tilde{p}_s) \equiv y$$

que l'on différencie, à revenu courant constant.

$$\sum_i q_i \, d \, p_{io} + \sum_i p_{io} \sum_k \sum_s \frac{\partial G_i}{\partial \tilde{p}_{ks}} \, d \, \tilde{p}_{ks} \equiv 0$$

Mais, dans le cas général :

$$(d\,\tilde{p}_{ks})_{y=y_o} = \sum_j \frac{\partial \tilde{p}_{ks}}{\partial p_{jo}}\, d\, p_{jo}$$

Reportons ceci dans l'identité précédente :

$$\sum_i q_i\, d\, p_{io} + \sum_i p_{io} \sum_k \sum_s \frac{\partial G_i}{\partial \tilde{p}_{ks}} \sum_j \frac{\partial \tilde{p}_{ks}}{\partial p_{jo}}\, d\, p_{jo} \equiv 0$$

Comme cette identité est vraie $\forall\, d\, p_o$, on a :

$$q_j + \sum_i p_{io} \sum_k \sum_s \frac{\partial G_i}{\partial \tilde{p}_{ks}} \frac{\partial \tilde{p}_{ks}}{\partial p_{jo}} \equiv 0$$

Reportons (f) dans l'équation précédente, en se rappelant que

$$\frac{\partial p_{ko}}{\partial p_{jo}} = \begin{cases} 0 \text{ si } k \neq j \\ 1 \text{ si } k = j \end{cases}$$

$$q_j + \sum_i p_{io} \sum_k \sum_s \left(\frac{\partial g_i}{\partial \tilde{p}_{ks}} - \frac{\partial g_i / \partial w}{\sum_i p_{io} \frac{\partial g_i}{\partial w}} \sum_m p_{mo} \frac{\partial g_m}{\partial \tilde{p}_{ks}} \right) \frac{\partial \tilde{p}_{ks}}{\partial p_{jo}} - \sum_i \frac{p_{io} \frac{\partial g_i}{\partial m}}{\sum_i p_{io} \frac{\partial g_i}{\partial m}}\, q_j \equiv 0$$

On reconnaît encore l'expression de $\dfrac{\partial f_i}{\partial p_{jo}}$ contenue dans (j) . D'où :

$$q_j + \sum_i p_{io} \frac{\partial f_i}{\partial p_{jo}} \equiv 0 \quad .$$

En termes d'élasticités, on retrouve les relations d'agrégation de Cournot :

$$w_j + \sum_i w_i\, e_{ij} \equiv 0 \quad , \quad \forall\, j \in (1,\ldots,l) \quad .$$

et par sommation par rapport à j :

$$1 + \sum_i w_i\, \bar{e}_i \equiv 0 \quad , \quad \text{avec } \bar{e}_i = \sum_j e_{ij}$$

qui s'écrit encore, en tirant parti de la contrainte d'additivité : $\sum_i w_i \, e_i \equiv 1$

$$\sum_i w_i \, (e_i + \sum_j e_{ij}) \equiv 0$$

En conclusion, la relation de Cournot s'applique également dans le cas général. Comme lorsque les anticipations de prix sont homothétiques, la condition d'homogénéité ne se vérifie pas, produit par produit, dans le cas général, mais seulement en moyenne pondérée.

A quelle condition obtient-on l'homogénéité ? Calculons :

$$e_i + \sum_j e_{ij}$$

Remplaçons e_{ij} par l'expression (m) :

$$e_i + \sum_j \left\{ \sum_s E_{io,js} - \left[\sum_s \sum_k w_k \, E_{ko,js} + w_j \right] e_i \right\}$$

$$= \sum_j \sum_s \left\{ E_{io,js} - e_i \sum_k w_k \, E_{ko,js} \right\}$$

Nous savons que les fonctions de demande g_{io} sont homogènes et vérifient :

$$e_{io} + \sum_j \sum_s e_{io,js} \equiv 0 \qquad , \qquad \forall \, i \in (1,\ldots,1)$$

Supposons d'abord que : $E_{io,js} = e_{io,js} \qquad , \qquad \forall \, i,j,s$.

Alors,

$$\sum_j \sum_s \{ e_{io,js} - e_i \sum_k w_k \, e_{ko,js} \} \equiv - e_{io} - e_i \sum_k w_k \left(\sum_j \sum_s e_{ko,js} \right)$$

$$\equiv - e_{io} - e_i \sum_k (-w_k \, e_{ko})$$

$$\equiv e_i - e_{io}$$

<u>Dans le cas où $E_{io,js} \equiv e_{io,js}$</u> , <u>la condition d'homogénéité est vraie</u>

ssi $\quad e_i \equiv e_{io}$

c'est-à-dire : ssi $\quad \dfrac{\partial f_i/q_i}{\partial y/y} \equiv \dfrac{\partial g_i/q_i}{\partial w/w}$

Ce n'est en général pas le cas. Par exemple, si y_o suit le cheminement :

$$\ln y_o = a_o + a_1 \ln y_{-1} + a_2 E_{-1} r_o + \varepsilon_o \quad ,$$

où ε_o est un bruit blanc, $e_i \equiv e_{io}$ ssi $a_1 \equiv 1$,

<u>c'est-à-dire ssi la relation de Hall est confirmée</u>.

<u>Dans le cas plus général</u> où $E_{io,js} = \sum\limits_m e_{io,ms} \dfrac{\partial p_{ms}/p_{ms}}{\partial p_{jo}/p_{jo}} \neq e_{io,js}$

la condition d'homogénéité n'est pas vérifiée même si $e_i \equiv e_{io}$

<u>Comparaison de l'élasticité-dépense avec l'élasticité-richesse</u>.

$$(f) \Longrightarrow \frac{\partial f_i}{\partial y} \equiv \frac{\partial g_i/\partial w}{\sum\limits_i p_{io} \dfrac{\partial g_i}{\partial w}}$$

$$e_i = \frac{\partial f_i/q_i}{\partial y/y} \equiv \frac{y}{w} \frac{\partial g_i/q_i}{\partial w/w} : \left(\sum_i p_{io} \frac{\partial g_i}{\partial w} \right)$$

$$\equiv e_{io} : \left(\sum_i \frac{p_{io} q_i}{y} \frac{\partial g_i/q_i}{\partial w/w} \right)$$

$$\equiv e_{io} : \left(\sum_k w_k e_{ko} \right)$$

En général, $\sum\limits_k w_k e_{ko} \neq 1$ lorsqu'il y a plus d'une période.

En effet, la contrainte d'additivité s'écrit :

$$\sum_k \sum_s \frac{\tilde{p}_{ks}\, q_k}{w}\, e_{ks} \equiv 1$$

$$\frac{y}{w} \sum_k w_k\, e_{ko} + \sum_k \sum_{s=1}^{S} \frac{\tilde{p}_{ks}\, q_k}{w}\, e_{ks} \equiv 1 .$$

Donc,

$$\frac{e_{io}}{e_i} \equiv \sum_k w_k\, e_{ko} \equiv \frac{w}{y} \cdot \left[1 - \sum_{s=1}^{S} \frac{\tilde{p}_{ks}\, q_k}{w}\, e_{ks} \right] .$$

Ce rapport peut être $\gtrless$ 1 . En général, l'élasticité-dépense totale n'est donc pas égale à l'élasticité-richesse.

Centre de Recherche pour l'Etude et l'Observation des Conditions de Vie
Crédoc
Collection
des rapports

Avril 1988 N° 36

Sont récemment parus

- La crise de l'emploi dans des zones en restructuration industrielle : impact des politiques de formation et d'aide à l'insertion professionnelle des jeunes, par E. Pascaud et B. Simonin, N° 31, Décembre 1987.
- Le système d'enquêtes "Conditions de vie et aspirations des Français", Les conditions de vie à travers le prisme des opinions - Les Français en décembre 1986, Equipe "Aspirations", N° 32, Février 1988.
- Le système d'enquêtes "Conditions de vie et aspirations des Français", Image de l'enseignement artistique, culture, vie associative - Automne 1986 - Phase 9, par C. Duflos, N° 33, Février 1988.
- Opinions des Français sur les stupéfiants, consommations associées d'alcool, tabac et tranquillisants - Vague de Printemps 1987, par Laurence Haeusler, Didier Rösch, Françoise Facy, N° 34, Février 1988.
- Le système d'enquêtes sur les "Conditions de vie et les aspirations des Français", Premiers résultats de la phase X - Automne 1987 - Rapport préliminaire, équipe "Aspirations", N° 35, Mars 1988.

Centre de Recherche pour l'Etude et l'Observation des Conditions de Vie
142, rue du Chevaleret - 75013 PARIS - Tél. : (1) 45.84.14.20

Président : Bernard JOUVIN Directeur : Robert ROCHEFORT